

Вопросы для подготовки к РК по модулю «Математическая логика»

Определения

Дайте определения:

- формальной аксиоматической теории, вывода и доказательства в теории; - 1 б.
- формулы в исчислении высказываний; - 1 б.
- терма и формулы в исчислении предикатов; - 1 б.
- интерпретации в исчислении предикатов – 1 б.

Теоретические вопросы

1. Определите исчисление высказываний и докажите его непротиворечивость.- 8 б.
2. Определите исчисление высказываний и докажите теорему дедукции.- 8 б.
3. Определите исчисление высказываний, сформулируйте лемму Кальмара (ту, что фигурирует в доказательстве теоремы полноты) и докажите полноту ИВ.- 8 б.
4. Определите исчисление высказываний и докажите свойства дизъюнкции (следствие из теоремы о 9 секвенциях).- 8 б.
5. Определите исчисление высказываний и докажите свойства конъюнкции (следствие из теоремы о 9 секвенциях).- 8 б.
6. Понятия выполнимости, истинности в данной интерпретации и логической общезначимости формулы в исчислении предикатов (ИП). Докажите логическую общезначимость формулы, полученной из схемы аксиом (4) в ИП- 8 б.
7. Схемы аксиом и правила вывода в ИП. Докажите логическую общезначимость формулы, полученной из схемы аксиом (4) в ИП - 8 б.
8. Схемы аксиом и правила вывода в ИП. Докажите, что ограничения на термы и переменные в схемах (4) и (5) существенны, приведя соответствующие контрпримеры. - 8 б.
9. Метод резолюций для ИВ и ИП. – 8 б.

Типы задач

1. Секвенции (1) – (9)
2. Доказать эквивалентности: $\neg(A \& B) \equiv (\neg A \vee \neg B)$, $\neg(A \vee B) \equiv (\neg A \& \neg B)$, $(A \vee A) \equiv A$ в ИВ.
3. Для формулы $(\forall x)(\exists y)P(x, y)$, где P – бинарный предикатный символ, определите две интерпретации: в одной из них формула должна быть истинной, а в другой невыполнимой.

Каждая задача оценивается в 4 б.